Jóvenes TALENTO Nicaragua

2016-001

INFORME FINAL
RESUMEN EJECUTIVO

OLIMPIADAS MATEMÁTICAS

NICARAGUA 2015

RESULTADOS DE LA
PARTICIPACIÓN DEL PAÍS

http://j.mp/1SPhvyL

Avenida Universitaria, UNI,
Edificio Carlos Santos
Berroterán

Email: ixuacort@yahoo.com
Cel. +505 8688 0555

OMCC / OIM / IMO

El 2015 sin duda alguna fue un año extraordinario en la Academia "Jóvenes Talento" de Nicaragua. Se lograron alcanzar muchas metas, excelentes premios y nuestras posibilidades se ampliaron.

Un año de olimpiadas

Nicaragua participó en las siguientes olimpiadas en el extranjero:

- 17° Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe, en México.
- 56° Olimpiada Internacional de Matemáticas, en Tailandia.
- 30° Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas, en Puerto Rico.

Y se desarrollaron las siguientes olimpiadas presenciales en el país:

- 2° Olimpiada Iraní de Geometría.
- 2° Olimpiada del Talento Matemático.

La OMCC

La creación de lo que hoy conocemos como la Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe, OMCC, surge como iniciativa de los países centroamericanos los cuales presentaron a la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI) un proyecto con características propias.

La OIM

La Olimpíada Iberoamericana de Matemática es el fruto de la colaboración de la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI) con los Ministerios de Educación Iberoamericanos y Sociedades de Matemática junto a un importante grupo de profesores y alumnos que desde 1985 vienen participando en la Olimpíada.

La IMO

La IMO (International Mathematical Olympiad) es el campeonato mundial de matemáticas, y se desarrolla anualmente en un país distinto.

OMCC

La 18° OMCC se llevará a cabo en Jamaica en el mes de junio de 2016.

> Esta edición de la OMCC (17°) se realizó en la ciudad de Cuernavaca, México, del 19 al 26 de junio.

Nicaragua en la Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe

La delegación nicaragüense estuvo representada por:

NIC 1. Marcos Danilo Huembes Sandino (Managua)
NIC 2. Jennyfer Beatriz Flores Cerrato (Jinotepe)
NIC 3. Marcos Ulises Sánchez (San Sebastián de Yalí)
Jefe de Delegación: Darwing José Mena Gutiérrez (Jinotepe)
Tutor: Bayron Augustin Morales Fajardo (Rivas)

Resultados obtenidos:
Nuestros tres representantes obtuvieron "Mención de Honor" y como país se ocupó la 9° posición de entre los 13 países participantes.

Mejores resultados registrados de Nicaragua en la OMCC:
Máxima posición lograda: 5° (2012 y 2014).
Máximos premios logrados: Medalla de oro (2012).
Copa El Salvador (2012).

Se contó con la participación de 13 países: Colombia, Costa Rica, Cuba, El Salvador, Guatemala, Honduras, Jamaica, México, Nicaragua, Panamá, Puerto Rico, República Dominicana y Venezuela.

MÉXICO 2015
XVII Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe

SOBRE LA DIFICULTAD DE LAS PRUEBAS EN LA OMCC

EN LA OMCC SE PRESENTARON 2 PROBLEMAS DE GEOMETRÍA EUCLIDIANA, UNO DE ÁLGEBRA, UNO DE COMBINATORIA, UNO DE TEORÍA DE NÚMEROS Y UNO DE TEORÍA DE NÚMEROS COMBINATORIA. EL PROBLEMA 1 FUE UN SENCILLO EJEMPLAR DE ÁLGEBRA EN EL CUAL, DE UN USO SIMPLE DE LA CONDICIÓN DADA, RÁPIDAMENTE PODEMOS DERIVAR LA SOLUCIÓN. EL PROBLEMA 2 NOS PEDÍA CALCULAR UNA SUMA NO MUY AGRADABLE DE RAZONES ENTRE TÉRMINOS DE LA SUCESIÓN DADA. AQUÍ EL ARTIFICIO ES CALCULAR LOS PRIMEROS TÉRMINOS, NOTAR QUE SE CUMPLE UN PATRÓN EN LOS VALORES QUE TOMAN Y LUEGO USAR INDUCCIÓN. EL PROBLEMA 3, MÁS SENCILLO QUE LO USUAL, SE BASABA SIMPLEMENTE EN USAR LOS CUADRILÁTEROS CÍCLICOS BRINDADOS, LUEGO UN POCO DE MANIPULACIÓN ANGULAR Y FINALMENTE USAR EL TEOREMA DEL ÁNGULO SEMIINSCRITO. EL PROBLEMA 4 ES UN BONITO JUEGO DE ESTRATEGIA DONDE EL TRUCO ES HACER UN MANEJO INGENIOSO DE LA FÓRMULA DE LA CANTIDAD DE DIVISORES DE UN NÚMERO. PARA RESOLVER EL PROBLEMA 5 ES FUNDAMENTAL CONSIDERAR PUNTOS SIMÉTRICOS RESPECTO A LOS DADOS Y PROPIEDADES DEL CENTROIDE D UN TRIANGULO. Y, POR ULTIMO, EL PROBLEMA 6 ES UN CLÁSICO EJEMPLAR DE TEORÍA DE CONJUNTOS Y EL PRINCIPIO DE INCLUSIÓN EXCLUSIÓN, CUYA DIFICULTAD RADICABA EN DEMOSTRAR QUE EL MÍNIMO DADO PARA B UTILIZANDO EL PRINCIPIO ANTES MENCIONADO ERA SUFICIENTE. LA DIFICULTAD DE LAS OLIMPIADAS CENTROAMERICANAS SE HAN MANTENIDO ESTOS ÚLTIMOS AÑOS. EN 2015 HUBO SOLAMENTE UN PUNTAJE PERFECTO MIENTRAS QUE EN 2014 NO HUBO, LO CUAL INDICA QUE LAS PRUEBAS CONTIENEN EL NIVEL DE DIFICULTAD SUFICIENTE PARA REPRESENTAR UN DESAFÍO MENTAL A LOS ESTUDIANTES.

Jafet Baca Obando
Alumno olímpico - ASJTNIC

XVII Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe

Cuernavaca, Morelos, 22 de junio de 2015

Primer día

Problema 1.
Se desea escribir n números reales diferentes con $n \geq 3$, alrededor de una circunferencia, de modo que cada uno de ellos sea igual al producto de su vecino de la derecha por su vecino de la izquierda. Determine todos los valores de n para los cuales lo anterior es posible.

Problema 2.
Una sucesión $\{a_n\}$ de números reales está definida por $a_0 = 1$, $a_1 = 2015$, y para todo entero $n \geq 1$ como

$$a_{n+1} = \frac{n-1}{n+1}a_n - \frac{n-2}{n^2+n}a_{n-1}.$$

Calcule el valor de

$$\frac{a_1}{a_2} - \frac{a_2}{a_3} + \frac{a_3}{a_4} - \frac{a_4}{a_5} + \cdots + \frac{a_{2013}}{a_{2014}} - \frac{a_{2014}}{a_{2015}}.$$

Problema 3.
Sea $ABCD$ un cuadrilátero cíclico con $AB < CD$, y sea P el punto de intersección de las rectas AD y BC. El circuncírculo del triángulo PCD corta a la recta AB en los puntos Q y R. Sean S y T los puntos donde las tangentes desde P al circuncírculo de $ABCD$ tocan a dicha circunferencia.

(a) Pruebe que $PQ = PR$.

(b) Muestre que $QRST$ es un cuadrilátero cíclico.

Cada problema vale 7 puntos.
Tiempo máximo del examen: 4 horas y media.

XVII Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe

Cuernavaca, Morelos, 23 de junio de 2015

Segundo día

Problema 4.
Anselmo y Bonifacio inician un juego donde alternadamente van sustituyendo el número escrito en la pizarra. En cada turno, el jugador debe sustituir el número escrito, ya sea por la cantidad de divisores del número escrito o por la diferencia entre el número escrito y su cantidad de divisores. Anselmo es el primero en jugar, y aquel jugador que escriba el 0 gana. Dado que el número inicial es 1036, determine cuál de los jugadores tiene una estrategia ganadora y describa dicha estrategia.

Nota. *Por ejemplo, la cantidad de divisores del* 14 *es* 4*, pues sus divisores son* 1*,* 2*,* 7 *y* 14.

Problema 5.
Sea ABC un triángulo tal que $AC = 2AB$. Sea D el punto de intersección de la bisectriz del ángulo CAB con BC. Sea F el punto de intersección de la paralela a AB por C con la perpendicular a AD por A. Muestre que FD pasa por el punto medio de AC.

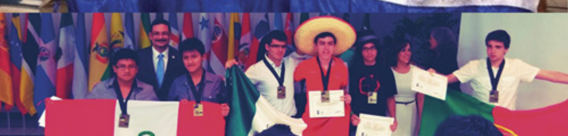
Problema 6.
En una olimpiada de matemáticas participaron 39 alumnos. El examen consistió en 6 problemas y cada uno se calificó con 1 punto si estaba correcto o con 0 si estaba incorrecto. Para cualesquiera tres alumnos, hay a lo más un problema que no fue resuelto por ninguno de los tres. Sea B la suma de los puntos que obtuvieron los 39 alumnos. Encuentre el menor valor posible para B.

Cada problema vale 7 puntos.
Tiempo máximo del examen: 4 horas y media.

OIM

La 31° OIM se llevará a cabo en la ciudad de Antofagasta, Chile, en el mes de noviembre de 2016.

La 30° edición de la OIM se llevó a cabo en la ciudad de Mayagüez, Puerto Rico, del 6 al 14 de noviembre de 2015.



Nicaragua en la Olimpiada Iberoamericana de Matemática

La delegación nicaragüense estuvo integrada por:

NIC1. Mauricio Antonio Rodríguez Gutiérrez (Nindirí)
NIC2. Richard Javier Rodríguez Rodríguez (Managua)
NIC3. Josué Francisco Hernández Vega (Mateare)
NIC4. Oliver Ulises Morales Otero (Juigalpa)
Jefe de delegación: Ing. Carlos José Walsh
Tutor: Ing. Hank de Jesús Espinoza Serrano

Resultados obtenidos:
Oliver Morales obtuvo una Medalla de Plata, la primera en la historia para Nicaragua, Mauricio Rodríguez una Medalla de Bronce y tanto Richard Rodríguez como Josué Hernández se agenciaron cada uno una Mención de Honor. El país se colocó en la 11° posición.

Mejores resultados registrados de Nicaragua en la OIM:
Máxima posición lograda: 10° (2014)
Mejor premio logrado: Medalla de Plata (2015)

Se contó con la participación de 24 países de lengua española y portuguesa provenientes de Latinoamérica, Europa y África.

SOBRE LA DIFICULTAD DE LAS PRUEBAS EN LA OIM

EN COMPARACIÓN A OIMS ANTERIORES, LA OIM 2016 SE PUEDE CONSIDERAR PARTICULARMENTE FÁCIL. DE ENTRADA UN PROBLEMA 1 QUE SOLO REQUERÍA MANEJAR LA CONDICIÓN DE COPRIMALIDAD DADA Y PARIDAD. UN PROBLEMA 2 CUYA RESOLUCIÓN PRÁCTICAMENTE REQUERÍA MÁS MANIPULACIÓN DE LONGITUDES, SIN UN ENFOQUE LO SUFICIENTEMENTE GEOMÉTRICO Y QUE REQUERÍA MÁS FUERZA BRUTA QUE IDEAS INTELIGENTES. EL PROBLEMA 3 TAMBIÉN REQUERÍA MANIPULACIÓN ALGEBRAICA MEDIA Y USOS NO MUY INGENIOSOS ACERCA DE LAS RAÍCES DEL POLINOMIO DADO (FÓRMULAS DE VIETE). EL PROBLEMA 4 ES UN RESULTADO COMPLETAMENTE INMEDIATO DEL BIEN CONOCIDO TEOREMA DE BLANCHET Y UN ENFOQUE PROYECTIVO ES POSIBLE. COMO PROBLEMA 5 UNA ECUACIÓN DIOFÁNTICA QUE POSEE UNA SOLUCIÓN ALGEBRAICA BREVE Y UNA INCURSIÓN CON ELEMENTOS DE TEORÍA NÚMEROS NECESITABA UN BUEN MANEJO DE TEMAS COMO MCD Y ECUACIONES CUADRÁTICAS. FINALMENTE, EL PROBLEMA 6 FUE MÁS FÁCIL QUE LO ESPERADO. SI BIEN NO ES COMPLETAMENTE INMEDIATO, LA IDEA CLAVE PARA SU RESOLUCIÓN (SISTEMA BINARIO) ES AMPLIAMENTE RECOMENDADA Y LUEGO DE SU USO EL PROBLEMA SE CONVIERTE EN UNO FÁCIL. LA FACILIDAD DE LA OIM 2015 SE ES NOTABLE POR LOS RESULTADOS OBTENIDOS (8 PUNTAJES PERFECTOS), MIENTRAS QUE EN 2014 HUBO SÓLO UN ORO PERFECTO.

Jafet Baca Obando
Alumno olímpico - ASJTNIC

XXX Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas

Mayagüez, Puerto Rico 6 al 14 de noviembre de 2015

10 de Noviembre de 2015

Primer Día

1. El número 125 se puede representar como suma de varios números naturales que son mayores que 1 y coprimos dos a dos. Encuentre el máximo número de sumandos que puede tener tal representación.

Nota: Dos números naturales son coprimos si su máximo común divisor es igual a 1.

2. Una recta r contiene los puntos A, B, C, D, en ese orden. Sea P un punto fuera de r tal que $\angle APB = \angle CPD$. Pruebe que la bisectriz de $\angle APD$ corta a r en un punto G tal que

$$\frac{1}{GA} + \frac{1}{GC} = \frac{1}{GB} + \frac{1}{GD}.$$

3. Sean α y β las raíces del polinomio $x^2 - qx + 1$, donde q es un número racional mayor que 2. Se define $s_1 = \alpha + \beta$, $t_1 = 1$ y para cada entero $n \geq 2$:

$$s_n = \alpha^n + \beta^n, \qquad t_n = s_{n-1} + 2s_{n-2} + \cdots + (n-1)s_1 + n.$$

Demuestre que, para todo n impar, t_n es el cuadrado de un número racional.

Duración de la prueba: 4 horas y 30 minutos.

Cada problema vale 7 puntos.

XXX Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas
Mayagüez, Puerto Rico 6 al 14 de noviembre de 2015

11 de Noviembre de 2015
Segundo Día

4. En el triángulo acutángulo ABC el punto D es el pie de la perpendicular desde A sobre el lado BC. Sea P un punto en el segmento AD. Las rectas BP y CP cortan a los lados AC y AB en E y F respectivamente. Sean J y K los pies de las perpendiculares desde E y F sobre AD respectivamente. Demuestre que

$$\frac{FK}{KD} = \frac{EJ}{JD}.$$

5. Determine todos los pares (a, b) de números enteros que verifican

$$(b^2 + 7(a - b))^2 = a^3 b.$$

6. Beto juega con su computadora al siguiente juego: inicialmente su computadora elige al azar 30 enteros de 1 a 2015, y Beto los escribe en un pizarrón (puede haber números repetidos); en cada paso, Beto elige un entero positivo k y algunos de los números escritos en el pizarrón, y le resta a cada uno de ellos el número k, con la condición de que los números resultantes sigan siendo no negativos. El objetivo del juego es lograr que en algún momento los 30 números resultantes sean iguales a 0, en cuyo caso el juego termina. Determine el menor número n tal que, independientemente de los números que inicialmente eligió su computadora, Beto puede terminar el juego en a lo sumo n pasos.

Duración de la prueba: 4 horas y 30 minutos.

Cada problema vale 7 puntos.

IMO

La próximo IMO se desarrollará en Hong Kong, del 6 al 16 de julio de 2016.

La LVI edición de la IMO se desarrolló del 4 al 16 de julio de 2015 en la ciudad de Chiang Mai, en la parte norte de Tailandia.

Nicaragua en la Olimpiada Internacional de Matemática

La delegación nicaragüense estuvo conformada por los siguientes estudiantes:

NIC1: Mauricio Antonio Rodríguez Gutiérrez (Nindirí)
NIC2: Josué Francisco Hernández Vega (Mateare)
NIC5: Jafet Alejandro Baca Obando (San Rafael del Sur)
Jefe de Delegación: Nelson José Miranda Villagra (Matagalpa)

Resultados obtenidos:
Cada estudiante de la delegación logró obtener como premio Mención de Honor (el cual se concede a los competidores que logran resolver al menos un problema de manera perfecta en la prueba), para un total de 3 Menciones de Honor para el país.
Nicaragua alcanzó la posición 82 de entre los 104 países participantes.

Mejores resultados registrados de Nicaragua en la IMO:
Mejor posición lograda: 82 (2015)
Máximo premio logrado: Mención de Honor

Se contó con la participación de 104 países de los 5 continentes cada uno siendo representado por un equipo de un máximo de 6 estudiantes.

SOBRE LA DIFICULTAD DE LAS PRUEBAS EN LA IMO

LA LVI EDICIÓN DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS ES CONSIDERADA COMO LA MÁS DIFÍCIL DE TODOS LOS TIEMPOS, DEBIDO A LA COMPLEJIDAD TÉCNICA DE LOS PROBLEMAS DE NIVEL MEDIO DE LA COMPETENCIA, 2 Y 5. A SORPRESA DE MUCHOS, EL PROBLEMA 1, CLASIFICADO COMO COMBINATORIA-GEOMETRÍA, SE BASABA FUNDAMENTALMENTE EN UNA VARIACIÓN INGENIOSA DEL TEOREMA DE SILVESTER-GALLAI Y SU RESOLUCIÓN REQUERÍA ANALIZAR PARIDAD DE LOS NÚMEROS EN JUEGO Y UN DOBLE CONTEO SENCILLO. EL PROBLEMA 2 FUE COMPUESTO POR TRES ECUACIONES DIOFÁNTICAS, CUYA DIFICULTAD RADICA EN ANALIZAR EXHAUSTIVAMENTE TODOS LOS POSIBLES ESCENARIOS DEL PROBLEMA (NO RECOMENDADO PARA UNA COMPETENCIA DONDE LOS ESTUDIANTES ESTÁN BAJO PRESIÓN DEL TIEMPO). EL PROBLEMA TRES CONSISTIÓ EN UN HERMOSO EJEMPLAR DE GEOMETRÍA EUCLIDIANA Y ES UN ATRIBUTO AL CÍRCULO DE LOS NUEVE PUNTOS. SENCILLO PARA SER PROBLEMA TRES, HAY VARIAS SOLUCIONES SINTÉTICAS. EL PROBLEMA 4, TAMBIÉN DE GEOMETRÍA EUCLIDIANA, CUYA SOLUCIÓN CONSISTÍA EN UNA MANIPULACIÓN ANGULAR INGENIOSA Y TENER CLARO ELEMENTOS GEOMÉTRICOS COMO LA MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO Y CUADRILÁTEROS CÍCLICOS ES IMPRESCINDIBLE. EL PROBLEMA 5 FUE UNA DIFÍCIL ECUACIÓN FUNCIONAL. PARA RESOLVERLA ERA NECESARIO MANIPULACIONES ALGEBRAICAS DE PUNTOS FIJOS EXTREMADAMENTE INTELIGENTES, Y NUEVAMENTE SE DEBÍA TRABAJAR CON PUÑADOS DE ECUACIONES OBTENIDAS DE LA ORIGINAL. EL PROBLEMA 6 ES CONSIDERADO COMO ÁLGEBRA COMBINATORIA Y SE BASA FUNDAMENTALMENTE EN MATEMÁTICAS DE MALABARES. LA IMO 2015 HA TENIDO EL CORTE PARA LA MEDALLA DE ORO MÁS BAJO DE LA HISTORIA (26 PUNTOS SOBRE LOS 42 POSIBLES). AÑADIENDO A LO ANTERIOR LA DIFICULTAD DE LOS PROBLEMAS 2 Y 5 Y ADEMÁS DE QUE LOS PROBLEMAS 1 Y 4 NO SON TRIVIALES DEL TODO, SON LAS PRINCIPALES RAZONES QUE ASEGURAN QUE LA IMO 2015 FUE MÁS DIFÍCIL QUE LO ACOSTUMBRADO.

Jafet Baca Obando
Alumno olímpico - ASJTNIC

Language: **Spanish**

Day: **1**

Viernes 10 de julio de 2015

Problema 1. Decimos que un conjunto finito $\mathcal{S}$ de puntos del plano es *equilibrado* si para cada dos puntos distintos A y B en $\mathcal{S}$ hay un punto C en $\mathcal{S}$ tal que $AC = BC$. Decimos que $\mathcal{S}$ es *libre de centros* si para cada tres puntos distintos A, B, C en $\mathcal{S}$ no existe ningún punto P en $\mathcal{S}$ tal que $PA = PB = PC$.

(a) Demostrar que para todo $n \geq 3$ existe un conjunto de n puntos equilibrado.

(b) Determinar todos los enteros $n \geq 3$ para los que existe un conjunto de n puntos equilibrado y libre de centros.

Problema 2. Determinar todas las ternas (a, b, c) de enteros positivos tales que cada uno de los números

$$ab - c, \quad bc - a, \quad ca - b$$

es una potencia de 2.

(*Una potencia de* 2 *es un entero de la forma* 2^n, *donde* n *es un entero no negativo.*)

Problema 3. Sea ABC un triángulo acutángulo con $AB > AC$. Sea Γ su circunferencia circunscrita, H su ortocentro, y F el pie de la altura desde A. Sea M el punto medio del segmento BC. Sea Q el punto de Γ tal que $\angle HQA = 90°$ y sea K el punto de Γ tal que $\angle HKQ = 90°$. Supongamos que los puntos A, B, C, K y Q son todos distintos y están sobre Γ en este orden.

Demostrar que la circunferencia circunscrita al triángulo KQH es tangente a la circunferencia circunscrita al triángulo FKM.

Language: **Spanish**

Day: **2**

Sábado 11 de julio de 2015

Problema 4. El triángulo ABC tiene circunferencia circunscrita Ω y circuncentro O. Una circunferencia Γ de centro A corta al segmento BC en los puntos D y E tales que B, D, E y C son todos diferentes y están en la recta BC en este orden. Sean F y G los puntos de intersección de Γ y Ω, tales que A, F, B, C y G están sobre Ω en este orden. Sea K el segundo punto de intersección de la circunferencia circunscrita al triángulo BDF y el segmento AB. Sea L el segundo punto de intersección de la circunferencia circunscrita al triángulo CGE y el segmento CA.

Supongamos que las rectas FK y GL son distintas y se cortan en el punto X. Demostrar que X está en la recta AO.

Problema 5. Sea $\mathbb{R}$ el conjunto de los números reales. Determinar todas las funciones $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que satisfacen la ecuación

$$f\big(x + f(x+y)\big) + f(xy) \;=\; x + f(x+y) + yf(x)$$

para todos los números reales x, y.

Problema 6. La sucesión de enteros $a_1, a_2, \ldots$ satisface las siguientes condiciones:

(i) $1 \le a_j \le 2015$ para todo $j \ge 1$;

(ii) $k + a_k \ne \ell + a_\ell$ para todo $1 \le k < \ell$.

Demostrar que existen dos enteros positivos b y N tales que

$$\left| \sum_{j=m+1}^{n} (a_j - b) \right| \le 1007^2$$

para todos los enteros m y n que satisfacen $n > m \ge N$.

ACADEMIA

JÓVENES

TALENTO

[HTTP://J.MP/1SPHVYL](http://j.mp/1SPHVYL)