XVII Convocatoria Nacional
Academia Sabatina de Jóvenes Talento
Nicaragua 2021

La Fundación Uno, el Ministerio de Educación (MINED), la Universidad Nacional de Ingeniería (UNI) y la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN-León, invitan a los estudiantes activos de todo el país, que estén cursando Quinto, Sexto, Séptimo, Octavo, Noveno y Décimo grado, con edades menores de 16 años, a participar en la décimo sexta Convocatoria Nacional de la "Academia Sabatina de Jóvenes Talento" para el curso 2021.

Objetivos de la Academia

- Identificar a niños y jóvenes que poseen talento, motivación e interés por el estudio de la Matemática.
- Incentivar a los estudiantes más destacados a participar en competencias nacionales, regionales e internacionales de Matemática.
- Capacitar sistemáticamente a estudiantes talentosos para que sean futuros líderes científico técnico-matemáticos del país.

Convocatoria Nacional, 8 de febrero 2021
Publicación en los diferentes medios de comunicación de las instituciones involucradas.

La **Convocatoria Nacional** está conformada de seis pruebas, dirigidas a los y las estudiantes de: Quinto, Sexto, Séptimo, Octavo, Noveno y Décimo grado.

Pueden participar los estudiantes que estén matriculados en el Sistema Nacional de Educación, público, subvencionado o privado en modalidad regular, cuya edad sea menor a los 16 años. La participación es voluntaria, solo se debe tener motivación e interés por el aprendizaje de la Matemática así como el compromiso de estudiar disciplinadamente, manteniendo alto rendimiento académico tanto en su centro de estudios como en la Academia Sabatina de Jóvenes Talento.

Primer Momento: PRUEBA NACIONAL

Procedimiento
De la presente publicación, tome los problemas que correspondan a tu grado, resuélvalos y envíe las soluciones en sobre cerrado, escribiendo la solución de cada problema, en hojas separadas, numeradas y con el nombre del participante, se pueden agregar las hojas utilizadas como borradores. **Fecha límite 5 de marzo de 2021**, último día para entregar las soluciones de los problemas.

Importante
En la solución de los problemas, es fundamental la justificación o argumentación utilizada, la redacción debe ser detallada, clara, ordenada y sin tachaduras. En los problemas de geometría **NO**

son válidas las soluciones obtenidas como resultado de medir directamente en los gráficos o figuras dadas. Las soluciones en la que sólo aparezca la respuesta no serán tomadas en consideración. Las soluciones deberán ser redactadas con bolígrafo o lapicero. **NO** se aceptarán soluciones con lápiz de grafito.

ENTREGA DE LA PRUEBA POR LAS Y LOS ESTUDIANTES

Escriba en la carátula del sobre y también en una hoja dentro del mismo los siguientes datos personales:

- Nombres y Apellidos completos.
- Fecha de Nacimiento (día, mes, año). Edad cumplida.
- Grado en que está matriculado.
- Nombre de tus padres o tutor, número de teléfono celular y/o convencional.
- Dirección donde vive, Departamento, Municipio
- Centro de Estudios, Nombre, Turno al que asiste, Dirección exacta y número de teléfono del centro.
- Número de problemas que ha resuelto.
- Correo Electrónico.

Lugares de entrega:

- Dirección de Educación Secundaria, MINED Central, Managua, Delegaciones Departamentales del MINED.
- Oficina de la Academia Sabatina de Jóvenes Talento en la UNI-RUSB.
- Oficina de Fundación Uno en Managua y la Facultad de Ciencias de la Educación y Humanidades, UNAN – León.

Segundo Momento: PRUEBA PRESENCIAL

Procedimiento

Los estudiantes que obtengan los puntajes más altos en la Prueba de Convocatoria Nacional, son preseleccionados e invitados a realizar una Prueba Presencial, (prueba de conocimientos, habilidades y lógica matemática) el día **12 de marzo 2021**, en la hora y el local que se le indicará.

Ingreso a la Academia

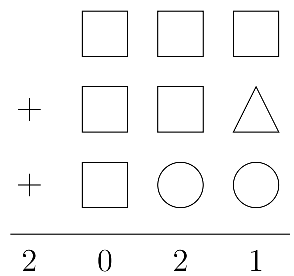
Los estudiantes que obtengan los puntajes más altos en la Prueba Presencial, serán seleccionados a formar parte de la Academia Sabatina de Jóvenes Talento 2021, los que serán notificados por Fundación Uno. La Academia Sabatina de Jóvenes Talento 2021, iniciará sus clases el **20 de marzo de 2021** y se desarrollarán durante 30 sábados en las instalaciones de la Universidad Nacional de Ingeniería, Recinto Universitario "Simón Bolívar", Managua y en la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua de León (UNAN-León), para los estudiantes de León y Chinandega.

Búscanos:

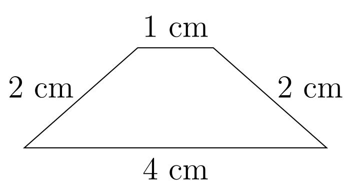
`www.asjtnic.org`	`www.uni.edu.ni`	`www.unanleon.edu.ni`
`www.fb.com/asjtnic`	`www.fundacionuno.org`	
`www.campusmined.gob.ni`		

Quinto Grado

Problema 1.
El siguiente esquema representa la suma de tres números, representados por figuras, cada figura corresponde a un dígito y figuras iguales corresponden al mismo dígito. ¿Cuál es el valor de cada dígito para que la suma sea correcta?



Problema 2.
Se tiene una cantidad muy grande de palillos de madera que miden 1cm, 2cm, 3cm y 4cm. Con ellos se pueden construir diferentes polígonos juntando sus extremos. Por ejemplo, con cuatro palillos con medidas de 2cm, 1cm, 2cm y 4cm, se puede formar un trapecio isósceles como el de la figura (la figura no está a escala). ¿Cuántos trapecios isósceles se pueden formar? Enumérelos.



Problema 3.
Para las fiestas patronales de León llega la "Rueda Chicago" que tiene 5 compartimentos. La Rueda Chicago va dando vueltas y tarda 50 segundos en dar una vuelta completa. Al principio, el compartimento azul está en la parte de abajo, 10 segundos después está el compartimento amarillo, 10 segundos después el rojo, 10 segundos más el verde y luego el blanco. ¿De qué color es el compartimento que queda en la parte inferior después de 2021 minutos?

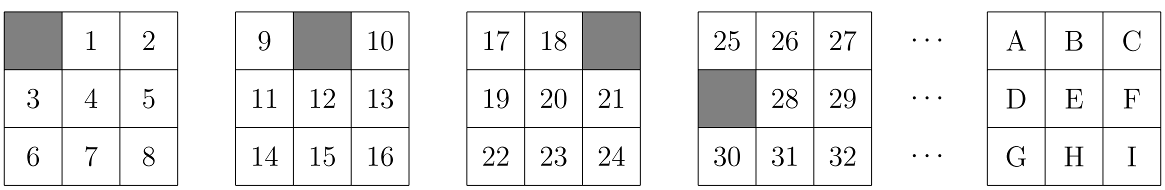
Problema 4.
Se construye una pirámide infinita con una sucesión infinita de los dígitos 2, 0, 2, 1 en ese orden, a como se muestra en la figura

Fila 1								2							
Fila 2							0		2						
Fila 3						1		2		0					
Fila 4					2		1		2		0				
Fila 5				2		1		2		0		2			
Fila 6			1		2		0		2		1		2		
Fila 7		0		2		1		2		0		2		1	
Fila 8	2		0		2		1		2		0		2		1
⋮								⋮							

¿Cuál es la menor fila donde se puede leer repetidamente la secuencia 2021 cuatro veces seguidas? Por ejemplo, en la fila 8, se puede leer la secuencia 2021 dos veces seguidas.

Problema 5.

Observa cómo se forma la siguiente serie:

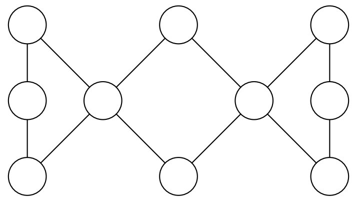


Si continuamos colocando números, ¿En qué letra caerá el número 2021?

Sexto Grado

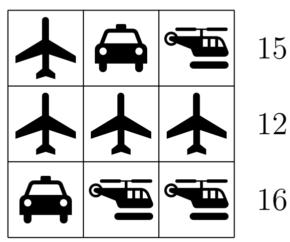
Problema 1

Alberto quiere colocar los números del 1 al 10 sin repetir en los círculos que están en la figura, de tal forma que la suma de los números en los círculos que rodean a cada triangulo y al rombo sea la misma. ¿Cuál es el menor valor posible de esa suma y de cuántas maneras se pueden colocar los números en los círculos que comparten los dos triángulos con el rombo en la figura?



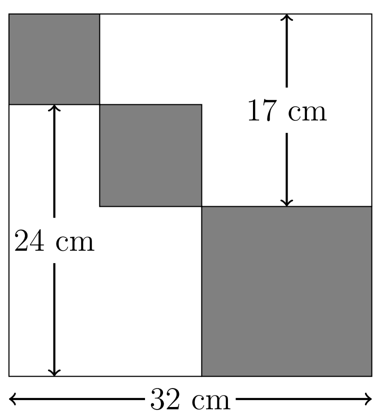
Problema 2

En el siguiente cuadro se observa varías figuras, pero cada una de ella representa un dígito diferente, la suma de los tres dígitos en cada línea se muestra a la derecha de la línea. ¿Qué dígito representa la figura ?



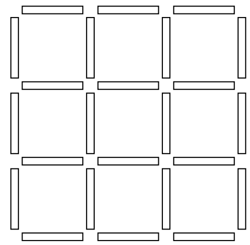
Problema 3

Patricia dibuja tres cuadrados pequeños dentro de un cuadrado más grande como se muestra en la figura. ¿Cuál es la diferencia entre el área no sombreada y el área sombreada en la figura?



Problema 4

Natalia tiene varios palitos de longitud 1; algunos de ellos son azules, otros rojos, otros blancos y otros verdes. Quiere construir una figura de 3×3 como la que se muestra, de manera que cada cuadrito de lado 1 tenga exactamente un palito de cada color. ¿Cuál es el mínimo número de palitos verdes que debe usar?

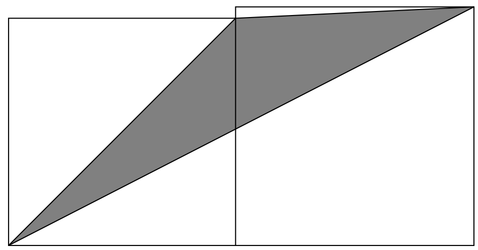


Problema 5

Se escriben en sucesión todos los números del 1 al 2021, en orden, uno a continuación del otro, para formar un número muy grande que llamaremos G (es decir, $G = 1234567891011 \cdots 20202021$) ¿Cuál es la cifra central de G?

Séptimo Grado

Problema 1.
En la figura se muestran dos cuadrados adyacentes de lados 20 y 21. ¿Cuál es el área del triángulo sombreado?



Problema 2.
Angelita quiere saber cuántos años tiene su amiga Raquel y esta contesta: "Mi edad es igual a la suma de los valores de las letras de la palabra AMIGA en la siguiente operación."

	A	M	I	G	A
+		I	N	1	M
	G	1	G	6	2

Problema 3.
¿Cuál es la cantidad máxima de dígitos que pueden ser eliminados del número $\underbrace{20212021\cdots 202120212}_{2021 \text{ dígitos}}$, tal que la suma de dígitos que sobran sea 2021?

Problema 4.
Mr. Bean quiere saber de cuántas maneras es posible elegir tres números diferentes en orden ascendente, del conjunto $\{1, 2, 3, \ldots, 10\}$ de forma que uno de ellos sea el promedio de los otros dos.

Problema 5.
Encuentre el máximo número de diagonales (de longitud $\sqrt{2}$) que se pueden trazar en una cuadrícula de 6×6, sin que ningún par de ellas se corte, o que compartan algún vértice.

Octavo Grado

Problema 1
Descubre el valor de cada letra de la siguiente igualdad:

$$NOELIA = MIA \times MIA$$

Si cada letra representa un dígito y no hay tres o más letras con el mismo valor.
Nota: $NOELIA$ es un número de seis dígitos, MIA es un número de tres dígitos.

Problema 2
En la secuencia $20, 21, -1, 20, -21, \ldots$ los primeros dos términos son 20 y 21, respectivamente. El tercer término se obtiene restando del primer término el segundo término. El cuarto termino se encuentra sumando los dos términos anteriores y repetimos el proceso. ¿Cuál es la suma de los primeros 2021 términos?

Problema 3
En el triángulo ABC, los puntos D y M se encuentran sobre los lados AC y BC, respectivamente. Se sabe que $AB = BD$, $\angle DBC = 48°$ y $\angle ABD = \angle MAC = \angle BCA$. Hallar el menor ángulo que forman las rectas AM y BD.

Problema 4
Se construye una pirámide infinita con una sucesión infinitas de los dígitos 2, 0, 2, 1 en ese orden, a como se muestra en la figura

2
0 2
1 2 0
2 1 2 0
2 1 2 0 2
1 2 0 2 1 2
0 2 1 2 0 2 1
2 0 2 1 2 0 2 1

¿Se podrá encontrar la secuencia 2021 en la diagonal sombreada?

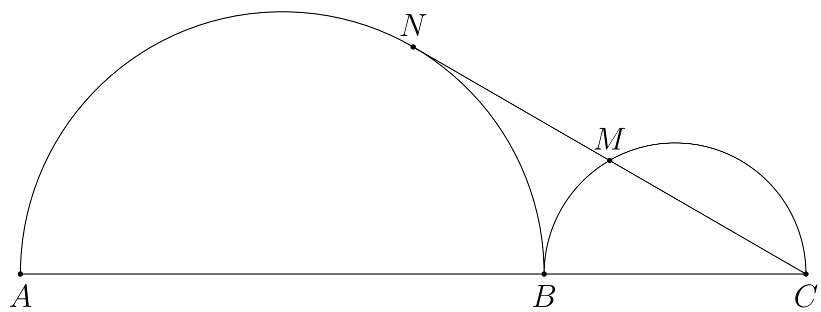
Problema 5
Un equipo de fútbol tiene 22 jugadores disponibles. Un conjunto fijo de 11 jugadores al iniciar el

juego, mientras que los demás 11 están disponibles como sustitutos. Durante el juego, el entrenador puede hacer a lo sumo 3 sustituciones, donde cualquiera de los 11 jugadores en el juego es reemplazado por uno de los suplentes. Ningún jugador retirado del juego puede volver a ingresar al juego, aunque un sustituto que ingrese al juego puede ser reemplazado más tarde. No pueden ocurrir dos sustituciones al mismo tiempo. Los jugadores implicados y el orden de las sustituciones son importantes. Determine el número de formas en que el entrenador puede hacer sustituciones durante el partido (incluida la posibilidad de no realizar sustituciones).

Noveno Grado

Problema 1

En la figura a continuación, los segmentos AB y BC son diámetros, los segmentos NM y MC tienen igual longitud de 3 ($NM = MC = 3$) y N es el punto de tangencia de CM con el semicírculo de diámetro AB. Calcular la longitud del segmento AC.



Problema 2

Un entero positivo se llama *talentoso* si los enteros $\{1, 2, \ldots, n\}$ pueden ser distribuidos en tres conjuntos $A,\ B$ y C, de modo que:

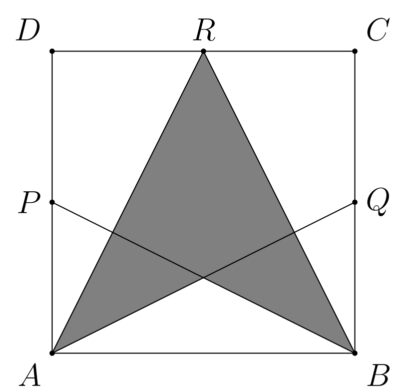
- La suma de los elementos en cada uno de los conjuntos $A,\ B$ y C es la misma,
- A contiene solamente números impares,
- B contiene solamente números pares, y
- C contiene cada múltiplo de 3 (y posiblemente otros números).

Realizar lo siguiente:

1. Pruebe que 8 es talentoso.
2. Pruebe que si n es un entero talentoso, entonces $\dfrac{n+4}{12}$ es un entero.

Problema 3

La figura a continuación muestra un cuadrado $ABCD$, en el que $P,\ Q$ y R son los punto medios de los lados $AD,\ BC$ y CD, respectivamente. ¿Qué fracción del área del cuadrado $ABCD$ se encuentra sombreada?



Problema 4

Suponga que a es una raíz del polinomio cuadrático $p(x) = x^2 - x - 3$. Encontrar el valor numérico de la expresión

$$\frac{a^3 + 1}{a^5 - a^4 - a^3 + a^2}.$$

Problema 5

La sucesión de enteros $a_1,\ a_2,\ a_3, \ldots$ está definida por $a_1 = 1$ y, para $n \geq 2$,

$$a_n = (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}) \times n$$

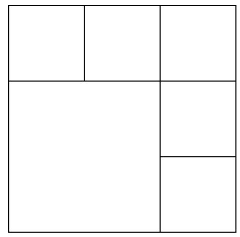
Demostrar que a_{2021} es divisible por 2021^2.

Décimo Grado

Problema 1

¿De cuántas formas es posible numerar del 1 al 6 las casillas de la figura de forma que no haya un par de casillas vecinas cuya resta sea múltiplo de 3?

Nota. Dos casillas que comparten solo una esquina no se consideran vecinas.



Problema 2

Encontrar todas las triplas de números reales (x, y, z) que satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones:

$$xy + 1 = 2z$$
$$yz + 1 = 2x$$
$$zx + 1 = 2y$$

Problema 3

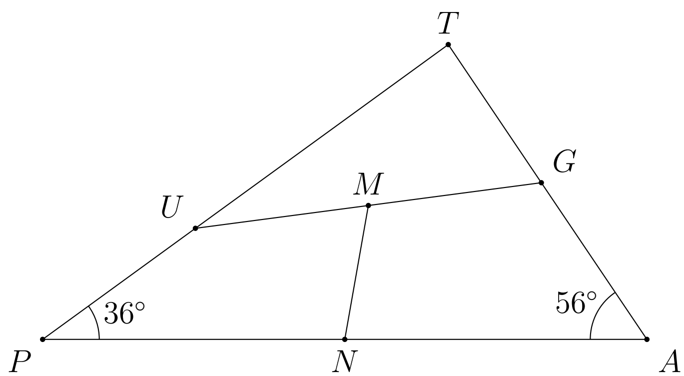
Determinar todos los enteros que pueden ser expresados como

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_{10}}$$

donde $a_1, a_2, \ldots, a_{10}$ son enteros (no nulos) tales que ningún par de ellos tiene un factor común mayor que 1.

Problema 4

Calcular la medida del ángulo agudo formado por MN y PA, si M y N son los puntos medios de PA y UG, respectivamente, y $PU = GA$.



Problema 5

Sean a, b enteros positivos tales que $2a - b$, $a - 2b$ y $a + b$ son todos cuadrados perfectos distintos. Hallar el menor valor posible de b.