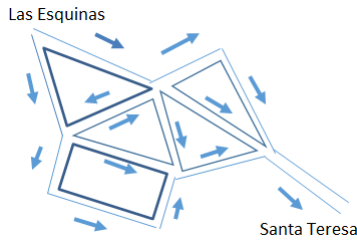


QUINTO GRADO

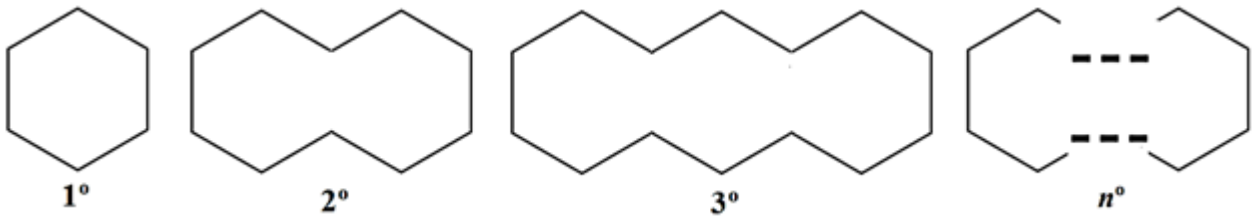
Problema 1

Un furgonero quiere ir de las Esquinas a Santa Teresa siguiendo el sentido que indican las flechas en el plano adjunto. Describe todas las rutas que puede hacer el furgonero. ¿Cuántos viajes distintos puede hacer sin recorrer dos veces la misma ruta?



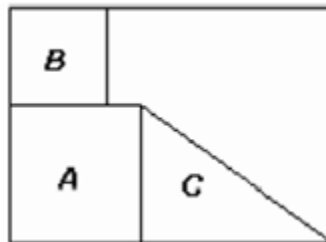
Problema 2

Una empresa dará una fiesta donde asistirán sus 8078 empleados. Para servir la cena se van a usar mesas con forma de hexágono regular y en cada lado de ellas se puede sentar a lo más una persona. Se desea que todas las mesas queden juntas y la manera de juntar es pegando cada mesa, por un lado, con una sola de las demás mesas que están pegadas. ¿Cuál es el mínimo número de mesas que se necesitan para sentar a todas las personas?.








Problema 3

Una hoja rectangular se corta en cuatro partes, como se muestra a continuación. Si A es un cuadrado de 121 cm^2 de área, B es un cuadrado de 64 cm^2 de área y C tiene 99 cm^2 de área. ¿Cuál es el área del pedazo que sobra?



Problema 4

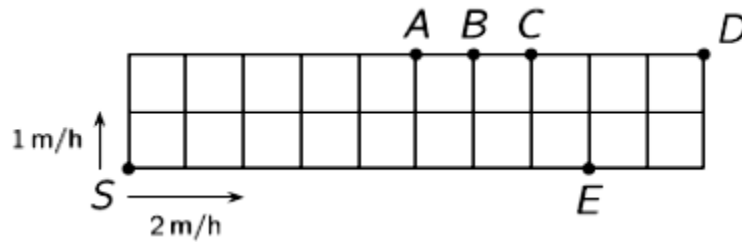
En un lenguaje antiguo los símbolos , , , , , representan los siguientes números 1, 2, 3, 4 y 5. Nadie sabe qué símbolo representa qué número. Sabemos que:

$$\text{flor} + \text{flor} = \text{pez} \quad \text{sol} + \text{sol} = \text{flor} \quad \text{sol} + \text{pez} = \text{sombrero}$$

¿Qué símbolo representa el número 3?

Problema 5

Un jardín se divide en cuadrados idénticos. Dos caracoles, uno rápido y otro lento se mueven a lo largo del perímetro del jardín empezando desde la esquina S , pero en diferentes direcciones. El caracol lento se mueve a una rapidez de 1 metro por hora (1m/h) y el caracol rápido a 2 metros por hora (2m/h). ¿En qué punto se encontrarán los dos caracoles?



SEXTO GRADO

Problema 1

Un agricultor tenía cinco sacos de papas y pidió a su hijo que los pesara para llevarlos al mercado. El hijo, estudiante de matemática, los pesó de dos en dos de todas las maneras posibles. Las pesadas que obtuvo en kilogramos fueron: 46, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 56 y 57. ¿Cómo averiguó el peso de cada saco? ¿Cuánto pesa cada saco?

Problema 2

Bob Esponja quiere recuperar la combinación de la caja fuerte, porque ahí tiene guardada la receta secreta de sus famosas Cangreburger. Le pide a la Academia Sabatina de Jóvenes Talento, recuperar la combinación de 5 cifras a partir de las siguientes instrucciones:

- El dígito central del cuadrado del número primo más pequeño entre los números 20 al 40, será el primer botón que se presione.
- El segundo botón por presionar es el último dígito del resto que resulta al realizar la división $2019 \div 43$.
- Al número de letras distintas que tiene la palabra CANGREBURGER, le restamos el número de letras que se repiten, dicha cantidad representa el tercer botón por presionar.
- El cuarto botón que se debe presionar, es la cantidad que resulta de sumar los primeros 10 enteros positivos, luego lo divides por 11, seguidamente le restas 4 y finalmente lo multiplicas por 7.
- De los dígitos de la combinación encontrados con anterioridad. Eleve a la cuarta potencia aquellos números que sean pares y a la potencia tres los que sean impares.
- Sume todos estos valores y la cantidad encontrada descompóngalo en sus factores primos y el mayor de los primos menores que 10, será el último botón por presionar.

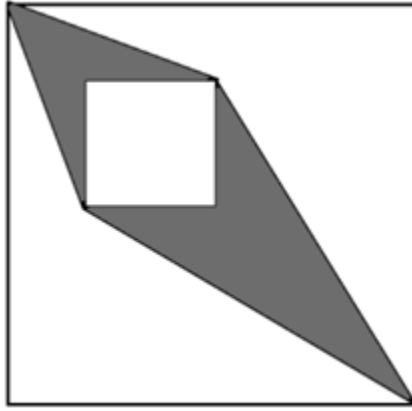
¿Cuál es la clave que le dará a Bob Esponja?

Problema 3

¿Es posible que al sumar tres veces $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 2018 \cdot 2019$, el resultado pueda expresarse como el producto de tres enteros consecutivos?

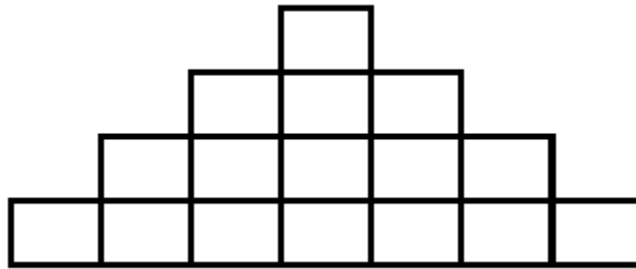
Problema 4

En la figura mostrada hay dos cuadrados, el más pequeño tienen lado 2 cm y el más grande tiene lado 7 cm. Los lados del cuadrado pequeño son paralelos a los lados del cuadrado grande. Halla el área sombreada, en cm^2 .



Problema 5

Se requiere construir una torre usando palillos como se muestra en la siguiente figura:



¿Cuántos pisos se pueden construir con 1001 palillos?

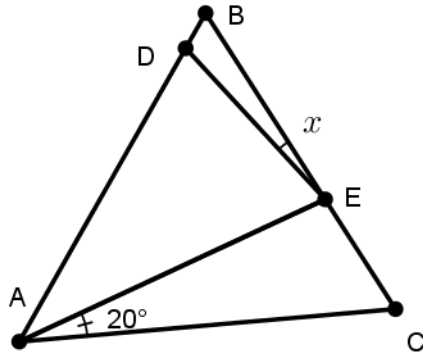
SÉPTIMO GRADO

Problema 1

Si $\frac{a^2}{b} - \frac{b^2}{a} = 3(a - b)$. Calcular el valor de $\frac{4(a^8 + b^8)}{(a^2b^2)^2}$.

Problema 2

Si $AC = AB$, $AE = AD$. Calcular el valor de x .



Problema 3

¿De cuántas maneras es posible acomodar los números del 1 al 10 de manera que del primero al séptimo vayan creciendo, y el séptimo es mayor que el octavo y que del octavo al décimo vayan creciendo otra vez (por ejemplo una posibilidad es 1, 2, 3, 5, 6, 8, 10, 4, 7, 9)?

Problema 4

Los números del 1 al 2019 se organizan en columnas como se muestra:

1	2	3	
	4	5	6
		7	8
			9
		⋮	⋮

¿En qué número de columna se encuentra el número 2019?

Problema 5

Encuentra el valor que se obtiene de la expresión: $800\Delta + 141\Box - *$, si se cumple que:

$$\begin{aligned} \bigcirc + \Delta &= 3 \\ \Delta + \Delta &= 4 \\ \Delta + \Box &= 5 \\ \bigcirc + \Box &= * \end{aligned}$$

OCTAVO GRADO

Problema 1

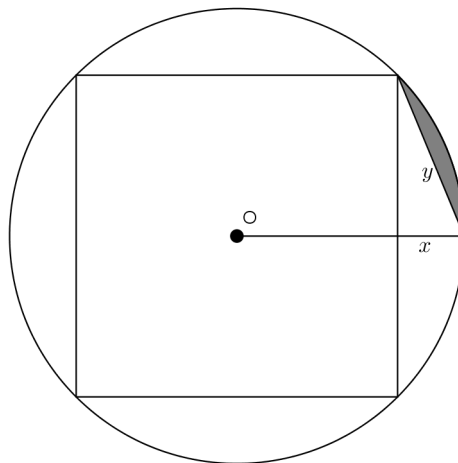
Encuentre todas las tripletas de números enteros que son soluciones del sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x - yx = 1 \\ xz + y = 2 \end{cases}$$

Problema 2

En la siguiente figura, un cuadrado de lado a está inscrito en una circunferencia de centro O .

- Determinar x e y .
- ¿Qué porcentaje del área del círculo está sombreada?



Problema 3

Bob Esponja quiere recuperar la combinación de la caja fuerte, porque ahí tiene guardada la receta secreta de sus famosas Cangreburger. Le pide a la Academia Sabatina de Jóvenes Talento, recuperar la combinación de 7 cifras a partir de las siguientes instrucciones:

- Considera el conjunto S de todos los números N de 4 dígitos tal que cumplen:
 - N inicia con el dígito 4 y termina con el dígito 8.
 - N es múltiplo de 2, 3, 4, 8 y 9.

La cantidad que se obtiene al sumar todos los números N que se encuentran en S , pero en orden contrario, representa los primeros botones por presionar.

- La suma del cuadrado de los dígitos del número determinado en el inciso anterior, será el divisor del mismo número. Del residuo que resulte, se toma el mayor dígito y éste representará el siguiente botón por presionar.
- De faltar algún dígito en la combinación de 7 cifras, extraiga la media aritmética entre los dígitos encontrados, y determine el siguiente botón por presionar.

¿Cuál es la clave que le dará a Bob Esponja?

Problema 4

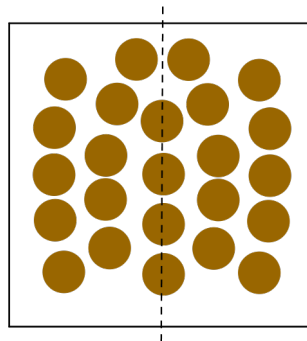
Cada entero positivo es pintado de rojo o de azul, de tal modo que se cumplan las siguientes condiciones:

- Si a y b son dos enteros positivos, no necesariamente distintos, y su suma es múltiplo de 5, entonces a y b tienen el mismo color.
- Si a y b son dos enteros positivos, no necesariamente distintos, y ambos son azules, entonces su producto es azul.
- Si a y b son dos enteros positivos, no necesariamente distintos, y su producto es azul, entonces a y b son azules.
- Hay al menos un número pintado de azul y al menos uno pintado de rojo.

¿Cuántos números del conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 2019\}$ son rojos?

Problema 5

Josmayling compró una caja de 24 galletas, al abrirla se dio cuenta que las galletas están ubicados simétricamente con respecto a la línea vertical central, tal como se muestra en la figura. En los círculos blancos van las galletas. ¿De cuántas formas puede Josmayling comer 4 galletas, tal que las 20 galletas que quedan tengan simetría respecto a la línea vertical?



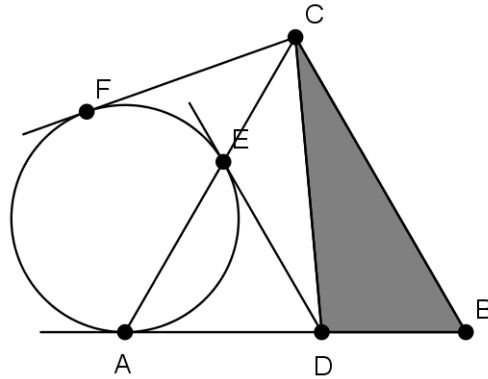
NOVENO GRADO

Problema 1

Considere el conjunto de enteros $\{1, 2, 3, \dots, 2019\}$. ¿Cuántos subconjuntos de S con k elementos no contienen un par de enteros consecutivos?

Problema 2

De la figura mostrada, calcule el área de la región sombreada si A , E y F son puntos de tangencia, $AB = BC = AC$ y $CF = 1$.



Problema 3

Si α, β, γ son las soluciones de la ecuación $x^3 - x - 1 = 0$, calcule el valor de

$$\frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} + \frac{1 - \beta}{1 + \beta} + \frac{1 - \gamma}{1 + \gamma}.$$

Problema 4

¿Para cuántos números enteros N entre 1 y 2019 sucede que el numerador y el denominador de la fracción impropia

$$\frac{N^2 + 1}{N + 5}$$

no son primos relativos?

Problema 5

Hay 2019 personas en una fila. Algunas siempre mienten, y otras siempre dicen la verdad. Cada persona dice: “Hay más mentirosos a mi izquierda que veraces a mi derecha”. ¿Cuántos mentirosos hay?

DÉCIMO GRADO

Problema 1

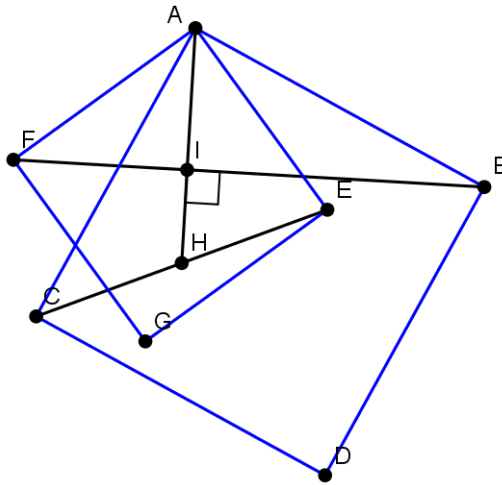
Sea n un entero mayor que 2019. Considere la siguiente función:

$$f(x) = \frac{1}{x^{2019}(x-1)} - \left(\frac{1}{x^{2020}} + \frac{1}{x^{2021}} + \cdots + \frac{1}{x^n} \right)$$

¿Existe algún número real k tal que $f(k) < 0$, independientemente del valor de n ?

Problema 2

En el gráfico $ABDC$ y $AEGF$ son cuadrados, H es un punto en CE tal que $AH \perp BF$, $AH = 4$, calcule BF .



Problema 3

Encuentre el menor entero positivo que puede ser insertado entre los números 20 y 19 tal que el número resultante $20 \dots 19$ es un múltiplo de 2019.

Problema 4

Se marcan diez puntos sobre una circunferencia. ¿Cuántos polígonos convexos distintos, de tres o más lados, pueden dibujarse usando algunos de los diez puntos, o todos ellos, como vértices? Considere que dos polígonos son distintos a menos que tengan exactamente los mismos vértices.

Problema 5

Dos rectángulos son *semejantes* si las razones entre sus lados mayores y menores son proporcionales. ¿De cuántas maneras se puede dividir exactamente a un cuadrado en 3 rectángulos semejantes?. Diga también cuales son las razones de semejanza.