

NIVEL 1
QUINTO Y SEXTO GRADO

Problema 1

Se forma una larga lista de dígitos escribiendo los enteros del 1 al 2016, uno a continuación del otro:

12345678910111213...201420152016.

¿Cuántas veces aparece la secuencia 16 en la lista?

Problema 2

¿Cuántos números naturales n existen tales que al dividir 2032 por n tenemos como resto 17?

Nota. El resto de dividir un número a por b , es un número entre 0 y $b - 1$.

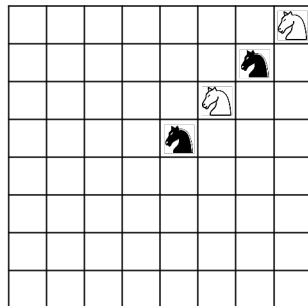
Problema 3

La profesora Damaris es guía de un aula de 30 estudiantes de sexto grado propone a sus estudiantes el siguiente juego escribe en la pizarra los números del 1 al 63. A continuación cada uno de sus estudiantes pasa a la pizarra escoge tres números cualesquiera a , b y c , se borran y se escribe en la pizarra el valor de la suma de $a + b + c$, se continua de este modo hasta que quede escrito solo un número en la pizarra, ¿cuál es ese número?

Problema 4

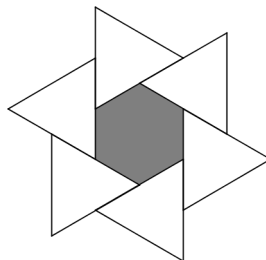
Corte el tablero en 4 partes de igual forma y tamaño, cada parte con un caballo.

Nota. Los caballos no se pueden mover de posición.



Problema 5

En la figura se muestran seis triángulos equiláteros con lados de longitud 2 y un hexágono regular de lados de longitud 1. ¿Cuál es la razón entre el área de que está pintada en gris y el área total?



NIVEL 2
SÉPTIMO Y OCTAVO GRADO

Problema 1

En un tablero se colocan 7 caballos de tal forma que cada uno de ellos pueda atacar a otros 2 caballos en un movimiento legal. Pruebe que hay un caballo que puede atacar al menos 3 caballos.
Nota. Un movimiento legal de un caballo es moverse 3 casillas en forma de L.

Problema 2

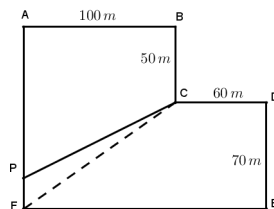
En una isla mágica hay leones, lobos y cabras. Los lobos pueden comer cabras y los leones pueden comer tanto lobos como cabras. Pero si un león se come un lobo, el león se convierte en cabra, igualmente si un lobo se come una cabra, el lobo se convierte en león. Y si un león se come una cabra, el león se convierte en lobo. Inicialmente en la isla hay 17 cabras, 55 lobos y 6 leones. Si comienzan a comerse hasta que ya no sea posible comer más cuál es el máximo número de animales que pueden quedar vivos.

Problema 3

Hallar todos los números naturales de cuatro cifras \overline{abcd} , tal que $\overline{ab} + \overline{cd} = \overline{bc}$ y $b - c = d$.
Nota. Considere que $\overline{xy} = 10x + y$, donde x e y son dígitos.

Problema 4

Juan y María heredan un terreno, representado en la figura por el polígono $ABCDEF$. Había una cerca recta separando el terreno en dos partes, cuyas áreas son diferentes, Juan y María decidieron mover la cerca manteniéndola recta de forma tal que el extremo F pasa a ser el punto P de tal modo que las nuevas áreas que se forman sean iguales. Suponiendo que los ángulos en A, B, D, E y F son rectos, ¿De cuántos metros fue el traslado del punto F al P ?



Problema 5

A cada fila de un tablero 3×3 Carlos le ha asociado un número (a, b, c en la figura). Igualmente a cada columna le ha asociado un número (d, e, f). En cada casilla Auxiliadora debe escribir la suma de los números correspondientes a su fila y su columna, por ejemplo, en la casilla superior izquierda debe escribir el valor de la suma $a + d$. El problema es que Auxiliadora no conoce los números a, b, c, d, e y f . Pero Carlos como pista ha escrito algunos de los números que van en el tablero. ¿Podrá Auxiliadora completar los números que faltan? En caso que sea cierto, muestre como lo haría.

	d	e	f
a	6		13
b			14
c	9	12	

NIVEL 3
NOVENO Y DÉCIMO GRADO

Problema 1

Un triángulo escaleno de lados con longitud entera, es tal que uno de ellos mide 2015 y la suma de los otros dos es 2016. Determine la medida de los lados desconocidos, para que el área del triángulo formado sea la menor posible.

Problema 2

Juan y Pedro se encuentran luego de mucho tiempo, y conversan por un tiempo agradablemente:

— Hola Pedro, ¿cómo has estado? Me di cuenta que tienes tres hijos. Me gustaría saber cuales son sus edades.

— Si es cierto, de hecho el producto de sus edades es tu edad.

— Pero, con eso no es suficiente para saber sus edades. Dime más información.

— Tienes razón, además la suma de sus edades es igual al número de ventanas de ese edificio.

— ¡Pero Pedro!, todavía no es suficiente, no logró saber sus edades.

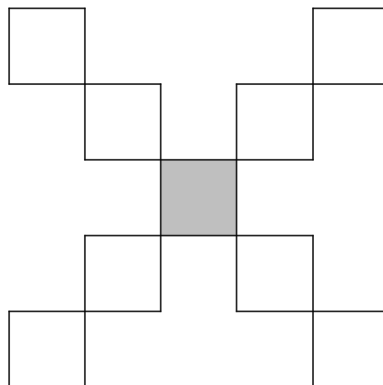
— Mmm... el mediano está en clases de natación.

— Ah! Ya sé cuales son sus edades.

Determine las edades de los hijos de Pedro. Explique el porqué de su respuesta.

Problema 3

Julieta hizo una X con nueve cuadrillos como lo muestra la figura. Ella quiere escribir los números del 1 al 9 en estos cuadrillos, sin repetirlos de forma que la suma de los dos números en cada “base” de la X es el mismo. ¿Cuántos de los números del 1 al 9 puede ocupar la casilla central (sombreada en gris) de la X ?



Problema 4

Pedro y Mónica juegan en un tablero de 1×11 . Juegan alternadamente, cada jugada consiste en pintar uno o dos cuadrados consecutivos que no hallan sido pintados anteriormente. Pierde el jugador que ya no pueda realizar una jugada. Si se sabe que Pedro será el primer jugador, determine quien tiene una estrategia ganadora y explique dicha estrategia.

Problema 5

Encontrar todas las listas de números naturales consecutivos cuya suma sea 2016.