

NIVEL 1  
QUINTO Y SEXTO GRADO

**Problema 1**

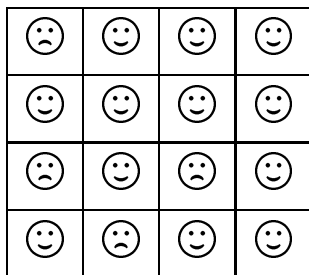
Hank colocó una clave de cuatro dígitos a su maleta. Escribió la lista: 7032, 5413, 2730, 4985, 4071, 6325, 9417, 6319, 2694, con la condición de que en cada número hay uno y sólo un dígito que ocupa la misma posición del número clave. ¿Cuál es la clave en la maleta de Hank?

**Problema 2**

Oliver le dice a Matilde: “Estoy pensando en un número de dos cifras, el producto de esas dos cifras es 36”. Al ver las posibilidades, Matilde pide más datos, a lo que Oliver responde: “Te podría decir la suma de sus cifras, pero no sería suficiente para que supieras con seguridad el número que pienso. En lugar de eso, te diré que mi número es menor que 80”. ¿En qué número está pensando Oliver?

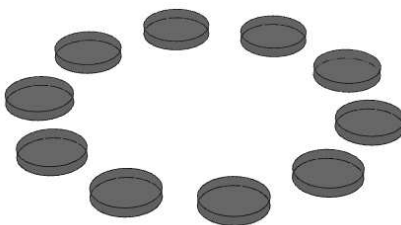
**Problema 3**

El tablero de la figura siguiente muestra caritas tristes y caritas felices. Un juego consiste en cambiar de expresión a todas las caritas de una misma fila, columna o diagonal (Por ejemplo: una carita feliz se convierte en una triste y viceversa). ¿Es posible llegar a obtener un tablero en donde todas las caritas sean felices? Justifique su respuesta.



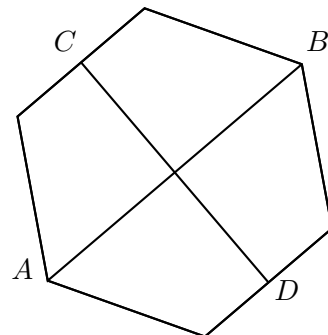
**Problema 4**

Te presentamos el siguiente juego: consiste en tomar 10 monedas o fichas disponiéndolas en un círculo como muestra la figura. Los jugadores se turnan para sacar una o dos fichas, pero si se sacan dos, éstas deben estar una junto a otra, sin que haya entre ellas ninguna otra ficha o espacio vacío. La persona que saca la última ficha es la que gana. Si ambos jugadores juegan racionalmente, ¿quién de los dos ganará y cuál estrategia deberá utilizar?



**Problema 5**

El segmento  $AB$  conecta dos vértices opuestos de un hexágono regular y el segmento  $CD$  conecta los puntos medios de dos lados opuestos, como se muestra en la figura. Encuentre el producto de las medidas de los segmentos  $AB$  y  $CD$  si el área del hexágono es  $60 \text{ cm}^2$ .



NIVEL 2  
SÉPTIMO Y OCTAVO GRADO

**Problema 1**

Del conjunto de los números naturales se suprimieron los cuadrados perfectos  $(1, 4, 9, 16, \dots)$  y los cubos perfectos  $(1, 8, 27, 64, \dots)$ . De los números que quedaron, considere los 2015 números más pequeños. ¿Cuál es el mayor de estos 2015 números?

**Problema 2**

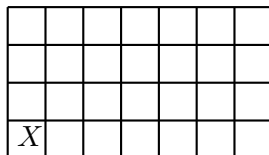
Halle el menor entero positivo  $n$  que tiene la siguiente propiedad: El menor múltiplo de  $n$  que está formado solamente por dígitos 0 y 1, es el 1110.

**Problema 3**

Sobre la circunferencia de un parque hay una hilera de árboles y en cada uno de ellos hay un loro. De vez en cuando dos loros en arboles diferentes vuelan simultáneamente hacia arboles vecinos, pero en direcciones opuestas. Decida en que caso es posible que todos los loros, en algún momento, se encuentren sobre el mismo árbol.

**Problema 4**

Una barra de chocolate tiene forma de cuadrícula de  $4 \times 7$ , con un cuadrado en un esquina marcado con  $X$ . Andrés y Berta juegan de la siguiente manera: cada uno en su turno, comenzando por Andrés, debe partir la barra en dos por una de las líneas rectas de la cuadrícula, comerse el trozo que no contiene a la  $X$  y pasarle lo que queda al otro jugador. El que no pueda partir la barra (lo que ocurrirá cuando reciba solamente un cuadrado) pierde el juego. Determine si alguno de los dos jugadores tiene una estrategia ganadora, y explique cuál es.



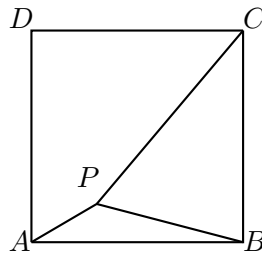
**Problema 5**

Sea  $ABC$  un triángulo acutángulo,  $D$  un punto en el interior del lado  $BC$  talque  $DC = 2BD$ , la medida del ángulo  $\angle ABD = 45^\circ$ , la medida del ángulo  $\angle BAD = 15^\circ$ . Sea  $E$  un punto sobre el segmento  $AD$  talque  $DBE = 30^\circ$ . Encuentre la medida del ángulo  $\angle ACB$ .

NIVEL 3  
NOVENO Y DÉCIMO GRADO

**Problema 1**

Sea  $ABCD$  un cuadrado y  $P$  un punto en el interior tales que los segmentos  $PA, PB$  y  $PC$  están en proporción 1, 2 y 3 respectivamente. Encontrar la medida del ángulo  $\angle APB$ .



**Problema 2**

Se tiene un tablero de  $9 \times 8$  con un número en cada casilla, de modo que los números en cada fila y en cada columna están en progresión aritmética y la suma de los números en las esquinas es 2015.

**Problema 3**

Una *transacción* consiste en invertir una cantidad entera positiva  $x$  de córdobas que le generará luego de  $x$  días  $3x$  córdobas por la mañana de ese día. Si Juan la mañana del día 1 tiene 1 córdoba y cada día realiza una transacción, ¿cuál es la máxima cantidad de dinero que puede tener Juan al final del día 10? Describa la forma en que Juan debe hacer las transacciones.

**Problema 4**

Escribimos en la pizarra los números  $1, 2, 3, \dots, 100$ . ¿Cuántos números hay que borrar como mínimo, para que el producto de los números que queden escritos en la pizarra termine en 2?

**Problema 5**

En las tres casillas del reglón de arriba y en las tres de la columna de la izquierda de la cuadrícula que se muestra se escriben al azar los números 1 o  $-1$ . Después se llenan los 9 cuadritos restantes según la regla siguiente: en cada casilla se pone el producto del número que aparece justo arriba con el que aparece justo a la izquierda. ¿De cuántas maneras distintas puede haber quedado la cuadrícula de  $4 \times 4$ .

